

Dinamika konstrukcija i potresno inženjerstvo

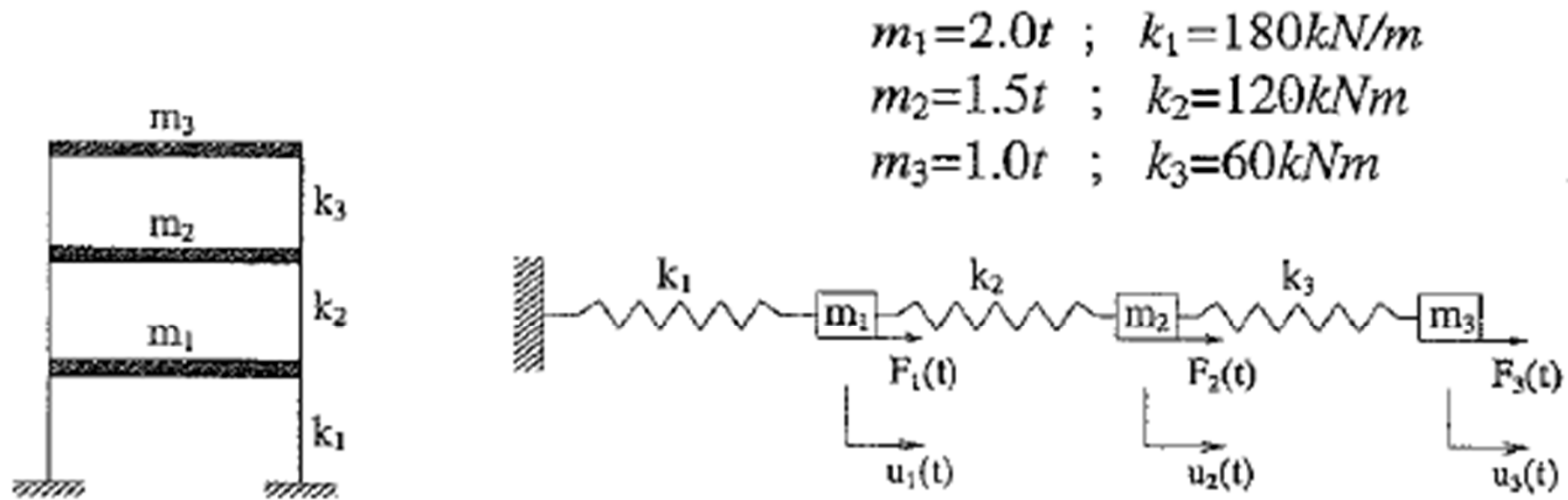
Vježbe br.10

06.06.12.

2.kolokvij – četvrtak, 14.06.12. u 13 sati

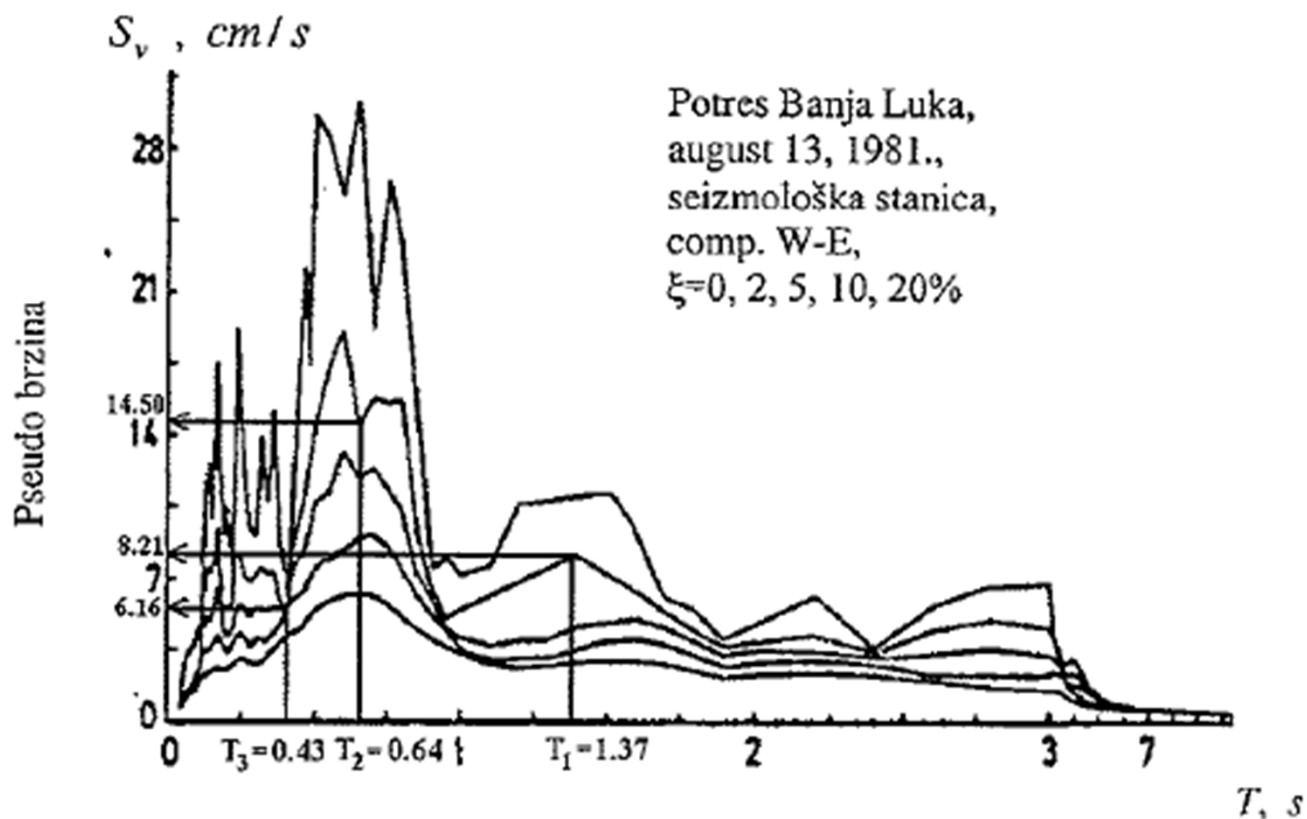
Zadatak br. 1

Za konstrukciju na slici treba uraditi dinamičku analizu. Nakon proučavanja seizmičnosti lokacije na kojoj bi se građevina gradila pretpostavlja se kao projektni onaj potres koji je pogodio Banja Luku 1981.godine. Spektar pseudo-brzine za ovaj potres dan je na slici na narednoj stranici (registracija u seizmološkoj stanici Banja Luka, komponenta W-E). Usvojiti relativno prigušenje $\xi=2\%$.



Sl. 13-7. Konstrukcija građevine čije je funkcioniranje neophodno u uvjetima neposredno nakon potresa

Numerički podaci za ovu konstrukciju izabrani su tako da se dobiju vlastite frekvencije koje odgovaraju visokim zgradama. Međukatne konstrukcije su pretpostavljene kao savršeno krute, što znači da se radi o zgradi posmika (Shear building) a mase stupova se u analizi zanemaruju.



Sl. 13-8. Spektar pseudo brzine S_v za potres Banja Luka od 13. 08. 1981

Karakteristike konstrukcije:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

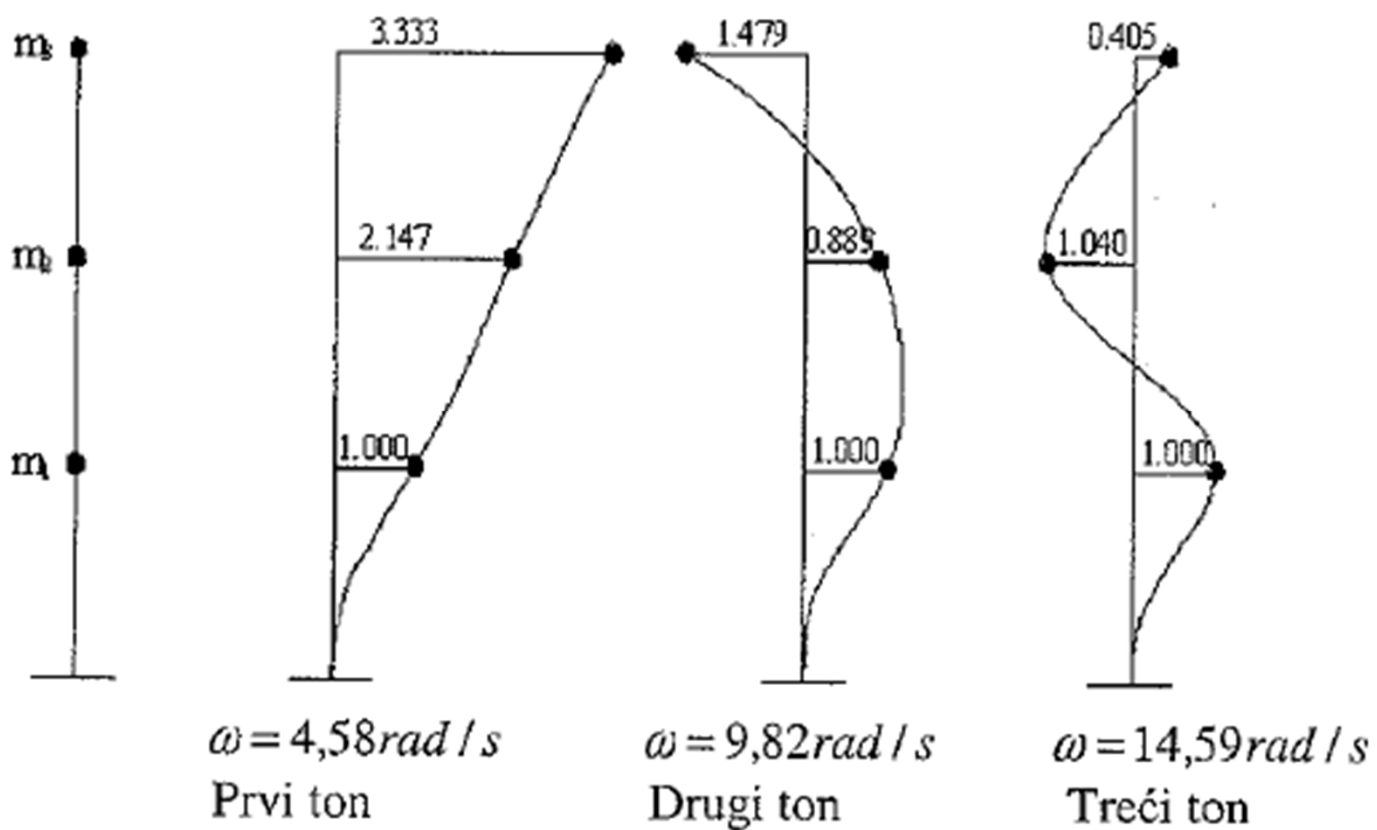
$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 & -120 & 0 \\ -120 & 180 & -60 \\ 0 & -60 & 60 \end{bmatrix}$$

Vlastite vrijednosti:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1,000 & 1,000 & 1,000 \\ 2,147 & 0,889 & -1,040 \\ 3,333 & -1,479 & 0,405 \end{bmatrix} = \{\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \Phi_3\}$$

$$\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,58 \\ 9,82 \\ 14,59 \end{Bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{T} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,37 \\ 0,64 \\ 0,43 \end{Bmatrix}$$

Vlastite vrijednosti analizirane konstrukcije:



Generalizirane mase i faktori učešća:

$$M_1 = \Phi_1^T \cdot m \cdot \Phi_1 = \{1,000 \quad 2,147 \quad 3,333\} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 2,147 \\ 3,333 \end{Bmatrix} = 20,024t$$

$$M_2 = \Phi_2^T \cdot m \cdot \Phi_2 = \{1,000 \quad 0,889 \quad -1,479\} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 0,889 \\ -1,479 \end{Bmatrix} = 5,373t$$

$$M_3 = \Phi_3^T \cdot m \cdot \Phi_3 = \{1,000 \quad -1,040 \quad 0,405\} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ -1,040 \\ 0,405 \end{Bmatrix} = 3,786t$$

Faktori učešća:

$$\begin{aligned}L_1 &= \sum_{i=1}^3 m_i \cdot \Phi_{1i} = m_1 \cdot \Phi_{11} + m_2 \cdot \Phi_{12} + m_3 \cdot \Phi_{13} = \\ &= 2,0 \cdot 1,000 + 1,5 \cdot 2,147 + 1,0 \cdot 3,333 = 2,000 + 3,221 + 3,333 = 8,554t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_2 &= \sum_{i=1}^3 m_i \cdot \Phi_{2i} = m_1 \cdot \Phi_{21} + m_2 \cdot \Phi_{22} + m_3 \cdot \Phi_{23} = \\ &= 2,0 \cdot 1,000 + 1,5 \cdot 0,889 + 1,0(-1,479) = 2,000 + 1,334 - 1,479 = 1,855t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_3 &= \sum_{i=1}^3 m_i \cdot \Phi_{3i} = m_1 \cdot \Phi_{31} + m_2 \cdot \Phi_{32} + m_3 \cdot \Phi_{33} = \\ &= 2,0 \cdot 1,000 + 1,5(-1,040) + 1,0 \cdot 0,405 = 2,000 - 1,560 + 0,405 = 0,845t\end{aligned}$$

Izračun maksimalnih vrijednosti pomaka po tonovima:

Vrijednosti spektralne pseudo-brzine S_{vn} su uzete sa slike (grafikona) iz prethodnog slajda - potres u BL, za odgovarajuće periode T_n i usvojenu vrijednost relativnog prigušenja $\xi=2\%$.

$$\bar{\mathbf{u}}_1 = \frac{L_1}{M_1} \cdot \frac{S_{v1}}{\omega_1} \cdot \Phi_1 = \frac{8,554}{20,024} \cdot \frac{8,21}{4,58} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 2,147 \\ 3,333 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_1 = \begin{Bmatrix} \bar{u}_{11} \\ \bar{u}_{21} \\ \bar{u}_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,766 \\ 1,645 \\ 2,553 \end{Bmatrix} (cm)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_2 = \frac{L_2}{M_2} \cdot \frac{S_{v2}}{\omega_2} \cdot \Phi_2 = \frac{1,855}{5,373} \cdot \frac{14,50}{9,82} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 0,889 \\ -1,479 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_2 = \begin{Bmatrix} \bar{u}_{12} \\ \bar{u}_{22} \\ \bar{u}_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,510 \\ 0,453 \\ -0,754 \end{Bmatrix} (cm)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_3 = \frac{L_3}{M_3} \cdot \frac{S_{v3}}{\omega_3} \cdot \Phi_3 = \frac{0,845}{3,786} \cdot \frac{6,16}{14,59} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ -1,040 \\ 0,405 \end{Bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_3 = \begin{Bmatrix} \bar{u}_{13} \\ \bar{u}_{23} \\ \bar{u}_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,095 \\ -0,098 \\ 0,038 \end{Bmatrix} (cm)$$

Izračun vrijednosti bočnih sila po tonovima:

$$\bar{\mathbf{f}}_n = \frac{L_n}{M_n} \cdot \omega_n^2 \cdot S_{dn} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_n = \frac{L_n}{M_n} \omega_n \cdot S_{vn} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_n = \frac{L_n}{M_n} \cdot S_{an} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_n$$

$$\bar{\mathbf{f}}_1 = \frac{L_1}{M_1} \cdot \omega_1 \cdot S_{v1} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_1 = \frac{8,554}{20,024} \cdot 4,58 \cdot 8,21 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 2,147 \\ 3,333 \end{Bmatrix} \left(\frac{t \cdot cm}{s^2} \right)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_1 = \begin{Bmatrix} \bar{f}_{11} \\ \bar{f}_{21} \\ \bar{f}_{31} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 321,26 \\ 517,31 \\ 535,47 \end{Bmatrix} (N)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_2 = \frac{L_2}{M_2} \cdot \omega_2 \cdot S_{v2} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_2 = \frac{1,855}{5,373} \cdot 9,82 \cdot 14,50 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 0,889 \\ -1,479 \end{Bmatrix} \left(\frac{t \cdot cm}{s^2} \right)$$

Nastavak

$$\bar{\mathbf{f}}_2 = \begin{Bmatrix} \bar{f}_{12} \\ \bar{f}_{22} \\ \bar{f}_{32} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 983,19 \\ 655,54 \\ -727,07 \end{Bmatrix} (N)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_3 = \frac{L_3}{M_3} \cdot \omega_3 \cdot S_{v3} \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_3 = \frac{0,845}{3,786} \cdot 14,59 \cdot 6,16 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1,000 \\ -1,040 \\ 0,405 \end{Bmatrix} \left(\frac{t \cdot cm}{s^2} \right)$$

$$\bar{\mathbf{f}}_3 = \begin{Bmatrix} \bar{f}_{13} \\ \bar{f}_{23} \\ \bar{f}_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 401,26 \\ -312,92 \\ 81,21 \end{Bmatrix} (N)$$

Izražen doprinos drugog i trećeg tona. To je zbog toga što se i drugi i treći vlastiti period T_2 i T_3 podudaraju sa prevladavajućim periodima osciliranja temeljnog tla za ovaj potres.

Izračun ukupnih maksimalnih vrijednosti pomaka i bočnih sila:

U ovom proračunu koristit će se sljedeći izraz jer su frekvencije odvojene:

$$(r)_{\max} \cong (\bar{r}_1^2 + \bar{r}_2^2 + \dots + \bar{r}_n^2 + \dots + \bar{r}_N^2)^{1/2}$$

$$(u_1)_{\max} = (\bar{u}_{11}^2 + \bar{u}_{12}^2 + \bar{u}_{13}^2)^{1/2}$$

$$(u_1)_{\max} = (0,766^2 + 0,510^2 + 0,095^2)^{1/2} = 0,925cm$$

$$(u_2)_{\max} = (\bar{u}_{21}^2 + \bar{u}_{22}^2 + \bar{u}_{23}^2)^{1/2}$$

$$(u_2)_{\max} = (1,645^2 + 0,453^2 + 0,098^2)^{1/2} = 1,709cm$$

$$(u_3)_{\max} = (\bar{u}_{31}^2 + \bar{u}_{32}^2 + \bar{u}_{33}^2)^{1/2}$$

$$(u_3)_{\max} = (2,553^2 + 0,754^2 + 0,038^2)^{1/2} = 2,662cm$$

Sada se mogu izračunati i relativni katni pomaci koji ne mogu biti veći od dozvoljenih relativnih pomaka za linearno ponašanje konstrukcije.

$$(f_1)_{\max} = (\bar{f}_{11}^2 + \bar{f}_{12}^2 + \bar{f}_{13}^2)^{1/2}$$

$$(f_1)_{\max} = (321,26^2 + 983,19^2 + 401,26^2)^{1/2} = 1109,45N$$

$$(f_2)_{\max} = (\bar{f}_{21}^2 + \bar{f}_{22}^2 + \bar{f}_{23}^2)^{1/2}$$

$$(f_2)_{\max} = (517,31^2 + 655,54^2 + 312,92^2)^{1/2} = 891,77N$$

$$(f_3)_{\max} = (\bar{f}_{31}^2 + \bar{f}_{32}^2 + \bar{f}_{33}^2)^{1/2}$$

$$(f_3)_{\max} = (535,47^2 + 727,07^2 + 81,21^2)^{1/2} = 906,62N$$

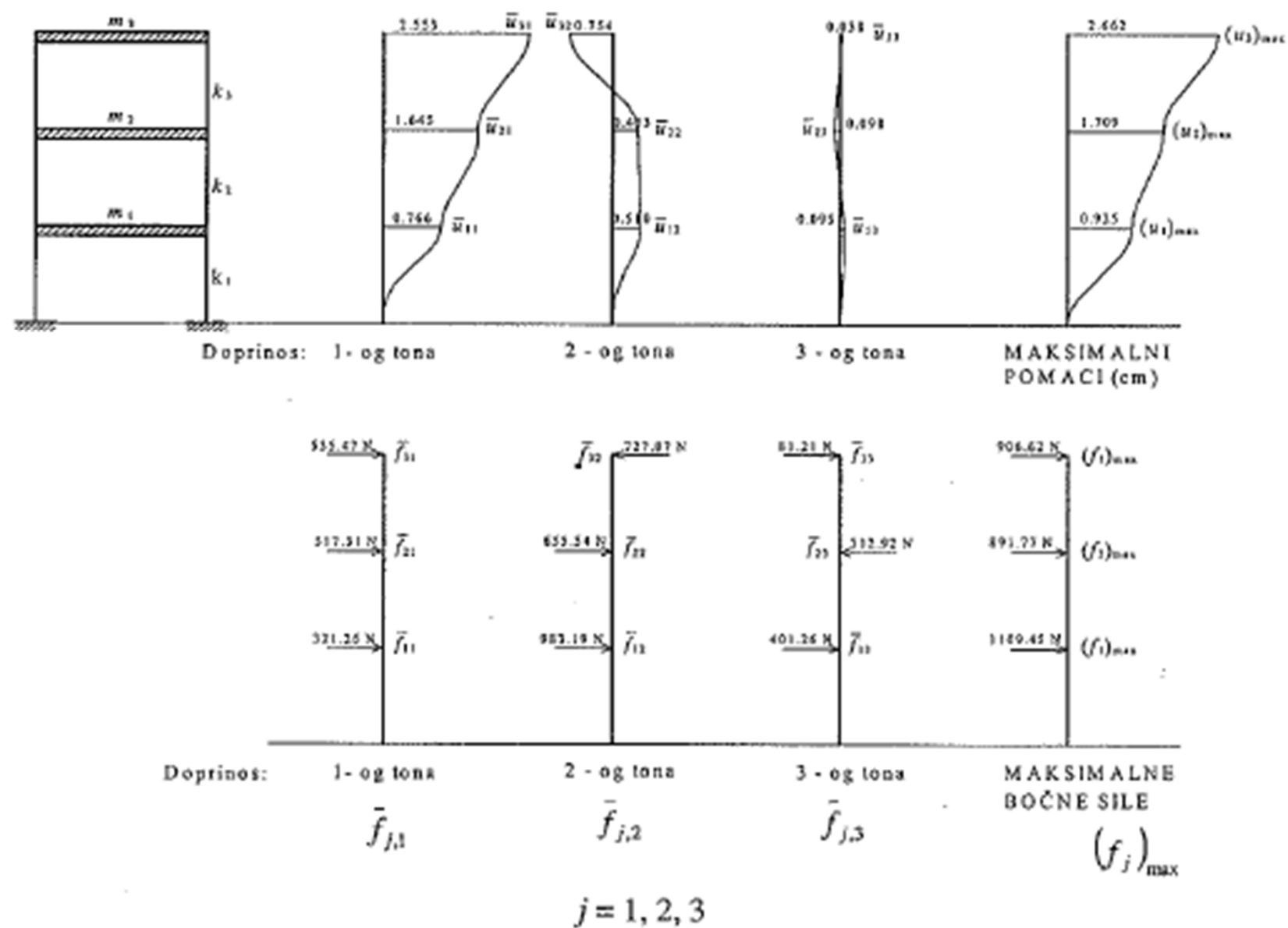
Na sličan način se može provesti analiza maksimalne vrijednosti reznih sila u nivou temelja prema izrazima :

$$\bar{V}_{0n} = \frac{L_n^2}{M_n} \cdot S_{an}$$

$$\bar{M}_{0n} = \frac{L_n}{M_n} \cdot S_{an} \cdot \sum_{j=1}^N h_j \cdot m_j \cdot \Phi_{jn}$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

Te se vrijednosti kao i ostale rezne sile mogu dobiti statičkom analizom konstrukcije opterećene silama na sljedećoj slici.



Sl. 13-10. Maksimalne vrijednosti pomaka i bočnih sila po katovima