

VEZA VODOSTAJ-PROTOK

KRIVULJA PROTOKA

Opća jednačba nestacionarnog tečenja u otvorenim tokovima

$$-\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{v^2}{c^2 \cdot R} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{\alpha \cdot v^2}{2 \cdot g} \right)$$

Pad
pijezometarske
linije

ukupni
gubici
energije
na dionici

inercijalni
član ili
gradijent
lokalnog
ubrzanja

brzinski član
ili gradijent
kinetičke
energije

Razlikuju se slijedeće vrste toka:

- Stacionarno, jednoliko tečenje $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$
- Stacionarno, nejednoliko tečenje $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ $\frac{\partial v}{\partial x} \neq 0$
- Nestacionarno tečenje, nejednoliko $\frac{\partial v}{\partial t} \neq 0$ $\frac{\partial v}{\partial x} \neq 0$

Krivulja protoka

- $Q=Q(H)$, protok je jednoznačna funkcija vodostaja što pruža mogućnost određivanja protoka na temelju zabilježenih vodostaja.
- Mjerenje vodostaja se obavlja svakodnevno tj. kontinuirano se bilježe razine vode putem različitih mjernih uređaja postavljenih na mjernom profilu.
- Kontinuirana mjerenja protoka su, pak, skupa i u praktičnom smislu zahtjevna.
- Stoga je neophodno da se na temelju određenog broja istovremenih mjerenja protoka i vodostaja definira **krivulja protoka $Q=Q(H)$**

- Jednom određena krivulja protoka se mora pratiti i kontrolirati, osobito nakon prolaska velikih voda.
- Općenito, **jednoznačna krivulja protoka se uspostavlja u uvjetima stacionarnog i jednolikog tečenja**

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

- Za slučaj jednolikog i stacionarnog tečenja, pad vodnog lica je jednak padu dna riječnog korita

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{Q^2}{C^2 \cdot A^2 \cdot R} = I_d$$

Chezyeva jednažba:

$$Q = C \cdot A \cdot \sqrt{RI_d}$$

- Uvođenjem Chezyevog koeficijenta po Manningu:

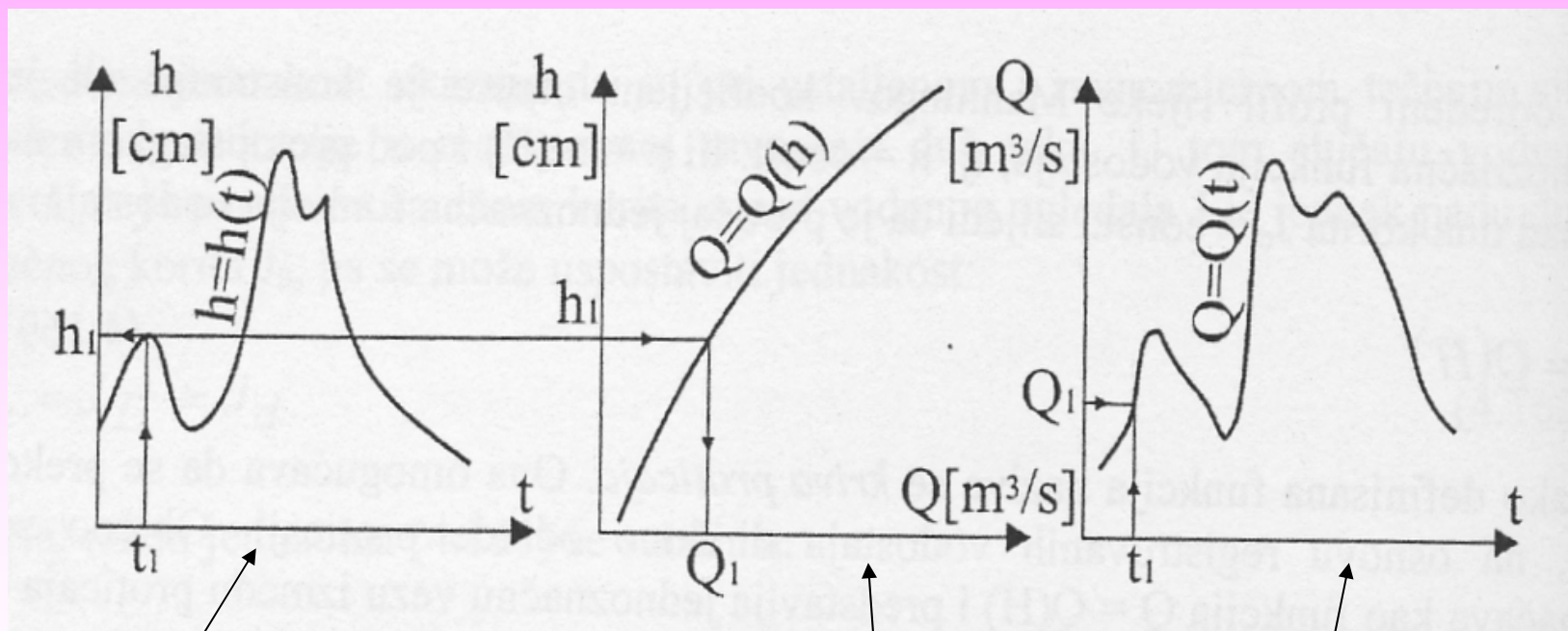
$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot I_d^{1/2}$$

- gdje je n Manningov koeficijent otpora

- $A=A(H)$ i $O=O(H)$ za stabilno korito
- $R=R(H)$
- Za određeni profil Manningov koeficijent je konstanta ili jednoznačna funkcija vodostaja $n=n(H)$, te pod pretpostavkom da je pad dna korita I_d konstanta slijedi da je protok jednoznačna funkcija vodostaja
- **$Q=Q(H)$**

- $Q=Q(H)$ se zove krivulja protoka
- Na temelju krivulje protoka se putem registriranih vodostaja dolazi do ordinata hidrograma otjecanja $Q=Q(t)$
- Drugim riječima nivogram se putem krivulje protoka preslikava u hidrogram.

NIVOGRAM-KRIVULJA PROTOKA- HIDROGRAM



NIVOGRAM

KRIVULJA
PROTOKA

HIDROGRAM

- Za pronalaženje analitičkog oblika krivulje protoka najčešće se koriste slijedeći matematički izrazi:

$$Q = a + b \cdot H + c \cdot H^2$$

$$Q = a \cdot (H \pm H_0)^2$$

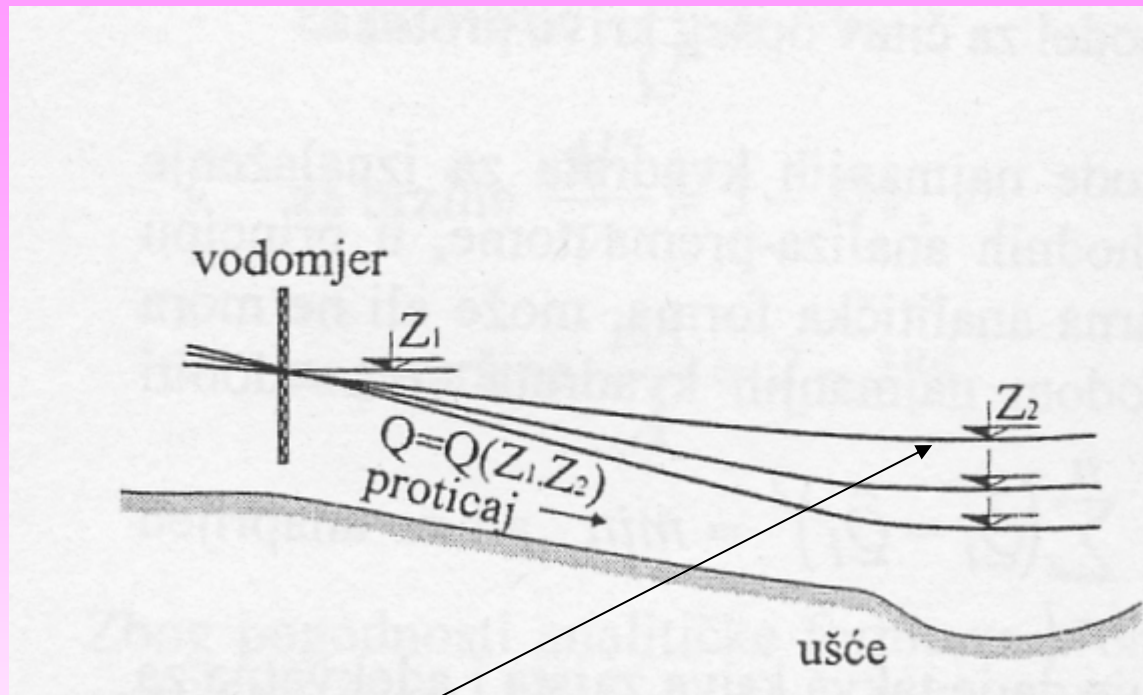
Parametri a, b, c se definiraju prema teoriji najmanjih kvadrata na temelju izmjerenih vrijednosti (H_i i Q_i)

$$\sum_{i=1}^n (Q_i - Q_{mj})^2 = \min$$

- Q_{m_j} -mjerena vrijednost protoka
- Q_i -vrijednost izračunatog protoka prema odabranom matematičkom izrazu
- n -ukupan broj mjerenih protoka
- Jednoznačna krivulja protoka je zapravo prije izuzetak nego pravilo, čak i ako je korito stabilno.

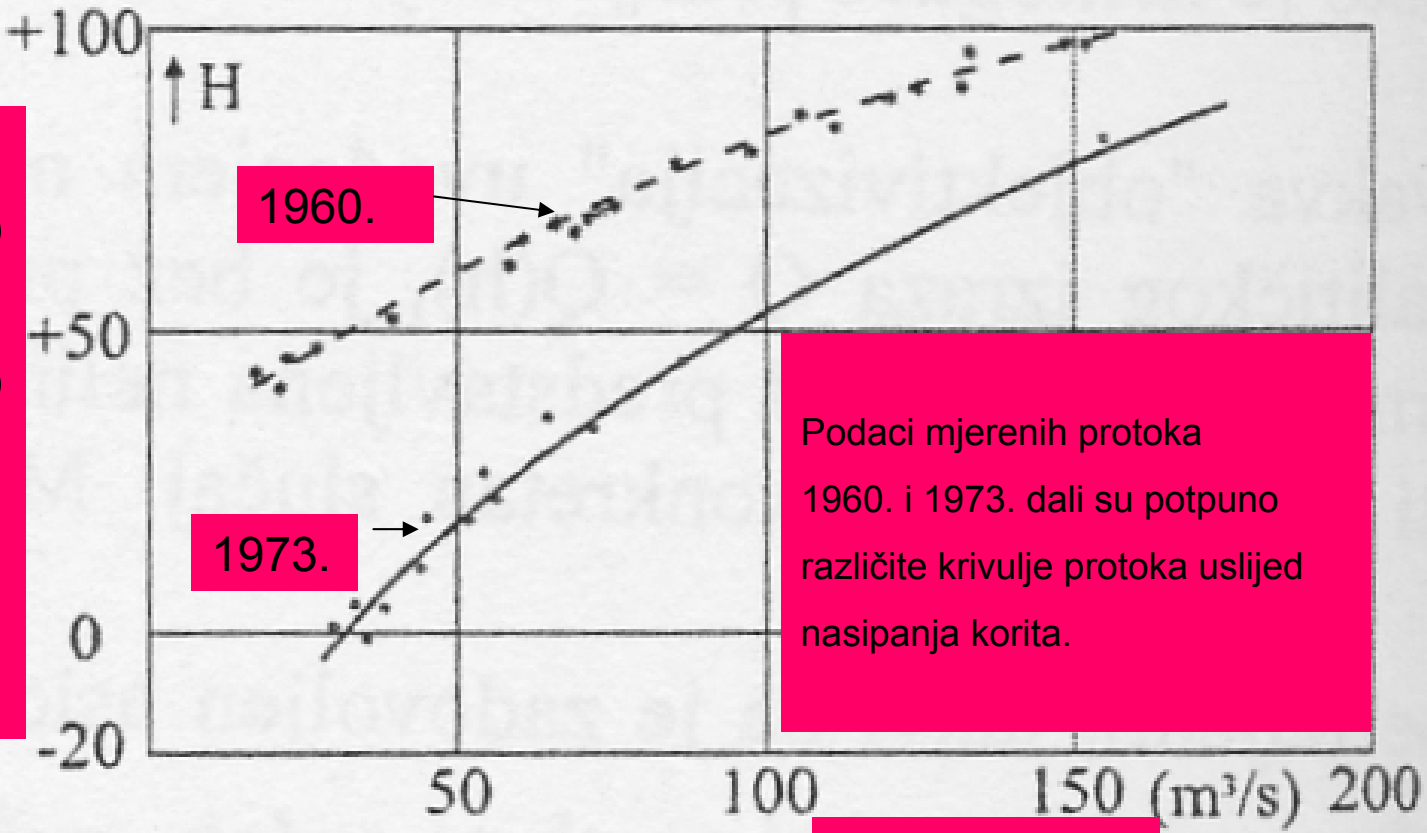
NEJEDNOZNAČNE VEZE IZMEĐU PROTOKA I VODOSTAJA

- Veza vodostaj-protok pod utjecajem različitih uvjeta najčešće postaje nejednoznačna.
- Na to mogu utjecati različiti uvjeti u samom koritu, kao i uvjeti tečenja uzvodno i nizvodno od samog promatranog mjernog profila.
- Kako se mijenja korito rijeke (zasipa se ili produbljuje) s vremenom, može se mijenjati i krivulja protoka.
- Tada krivulja protoka nije pouzdana.



Protok ne ovisi samo o vodostaju na vodomjernoj postaji već i o koti nivoa vode na ušću

V
O
D
O
S
T
A
J



1960.

1973.

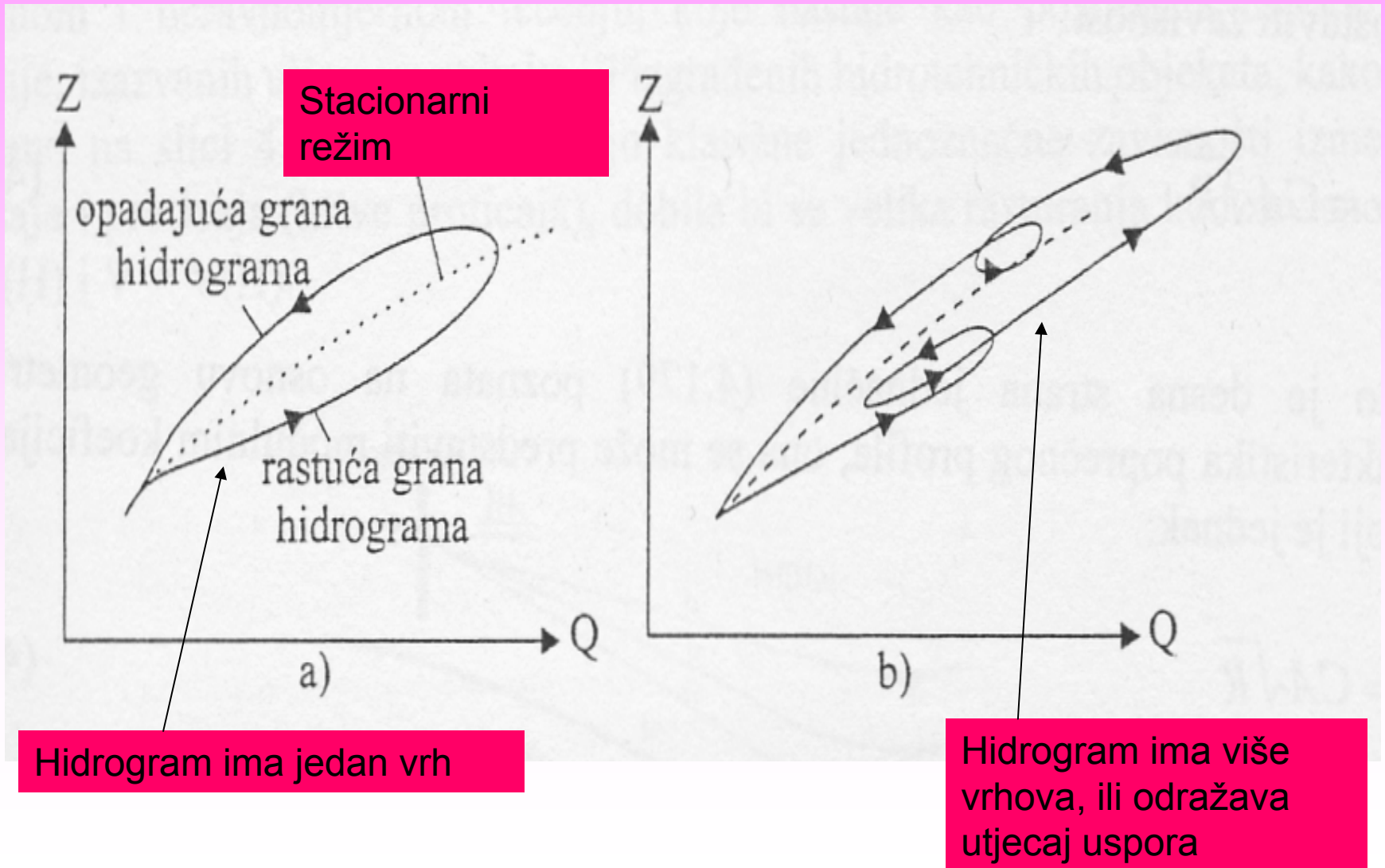
Podaci mjerenih protoka 1960. i 1973. dali su potpuno različite krivulje protoka uslijed nasipanja korita.

PROTOK Q

Nejednoznačnost krivulje protoka pri nailasku poplavnih valova

- Za takav slučaj, jedan vodostaj ne rezultira istom vrijednošću protoka u razdobljima porasta i opadanja vodnog vala.
- Prilikom porasta vodnog vala, veličina protoka je veća.

Nestacionarnost-pojava petlje



Veza vodostaj-protok za nedeformabilno riječno korito

- Nedeformabilno riječno korito je korito koje je stabilno u duljem vremenskom razdoblju tj. njegov oblik se neznatno mijenja
- I u takvim uvjetima veza između protoka i vodostaja ne mora biti jednoznačna npr. u uvjetima **nestacionarnog tečenja** (nailazak poplavnih valova) i **nejednolikog tečenja** (pri pojavi uspora i depresije) koji nastaju usljed utjecaja protoka nizvodno od vodomjerne postaje i hidrometrijskog profila.

$$Q = C \cdot A \cdot \sqrt{RI_e}$$

Kako se radi o ***nejednolikom i nestacionarnom*** tečenju

$$I_e \neq I \neq I_d \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{I}} = C \cdot A \cdot \sqrt{R}$$

$$K = C \cdot A \cdot \sqrt{R} \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{I}} = K(H)$$

$$K = K(H) = \frac{Q}{\sqrt{I}} = f(H)$$

Modulni koeficijent

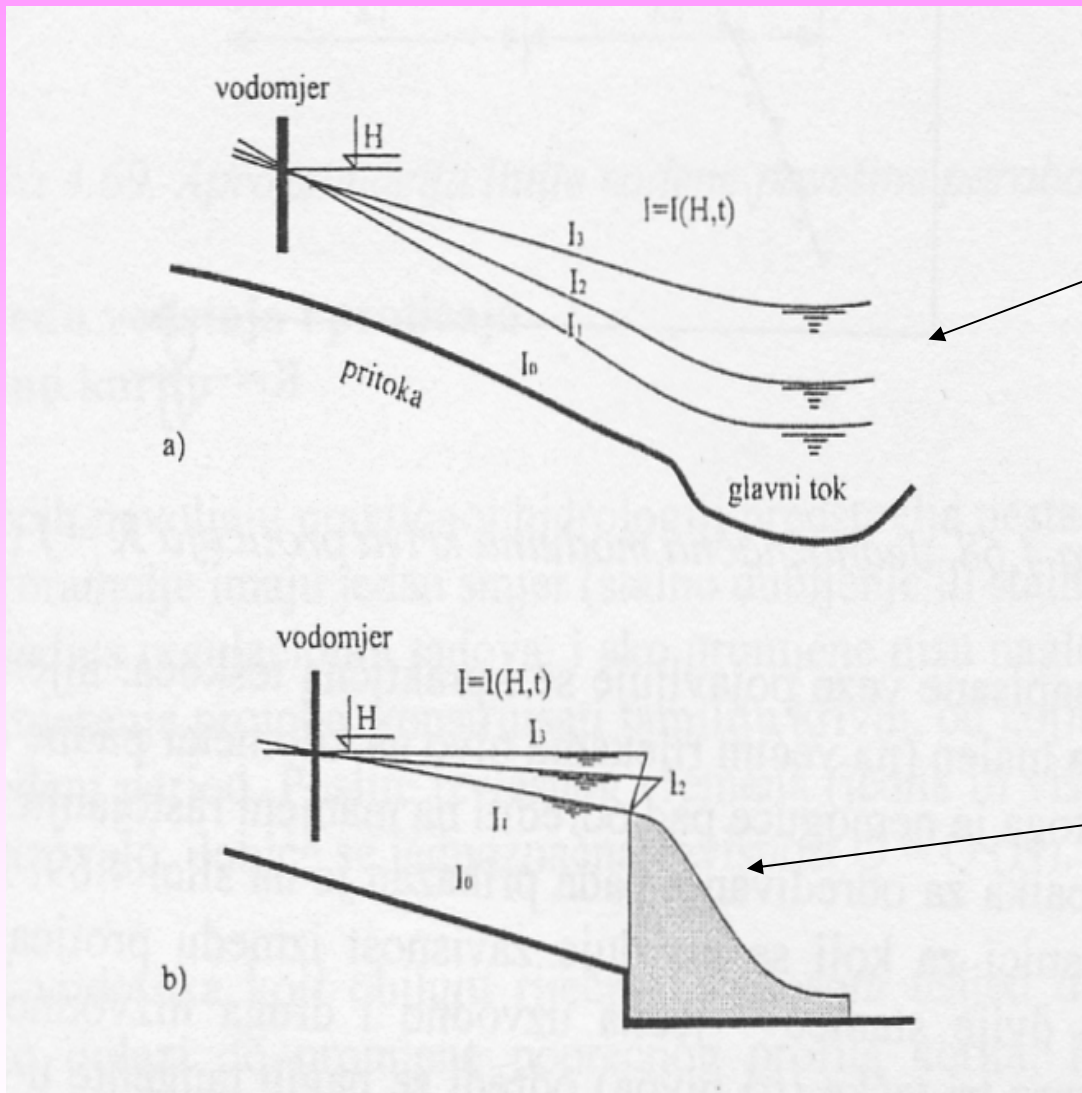
$$K = K(H) = \frac{Q}{\sqrt{I}} = f(H)$$

$$Q = K(H)\sqrt{I}$$

$$Q = Q(H, I)$$

KRIVULJA PROTOKA definirana na temelju hidrometrijskih mjerenja (vodostaja i pada vodnog lica)

- Navedeni postupak se koristi za definiranje protoka za slučaj nailaska poplavnih valova, te pri pojavi uspora i depresija u otvorenim prirodnim tokovima.
- Također pri stacionarnom i nejednolikom tečenju koje nastaje kao posljedica uspora ili depresije, dobila bi se velika rasipanja pri izradi krivulje protoka.

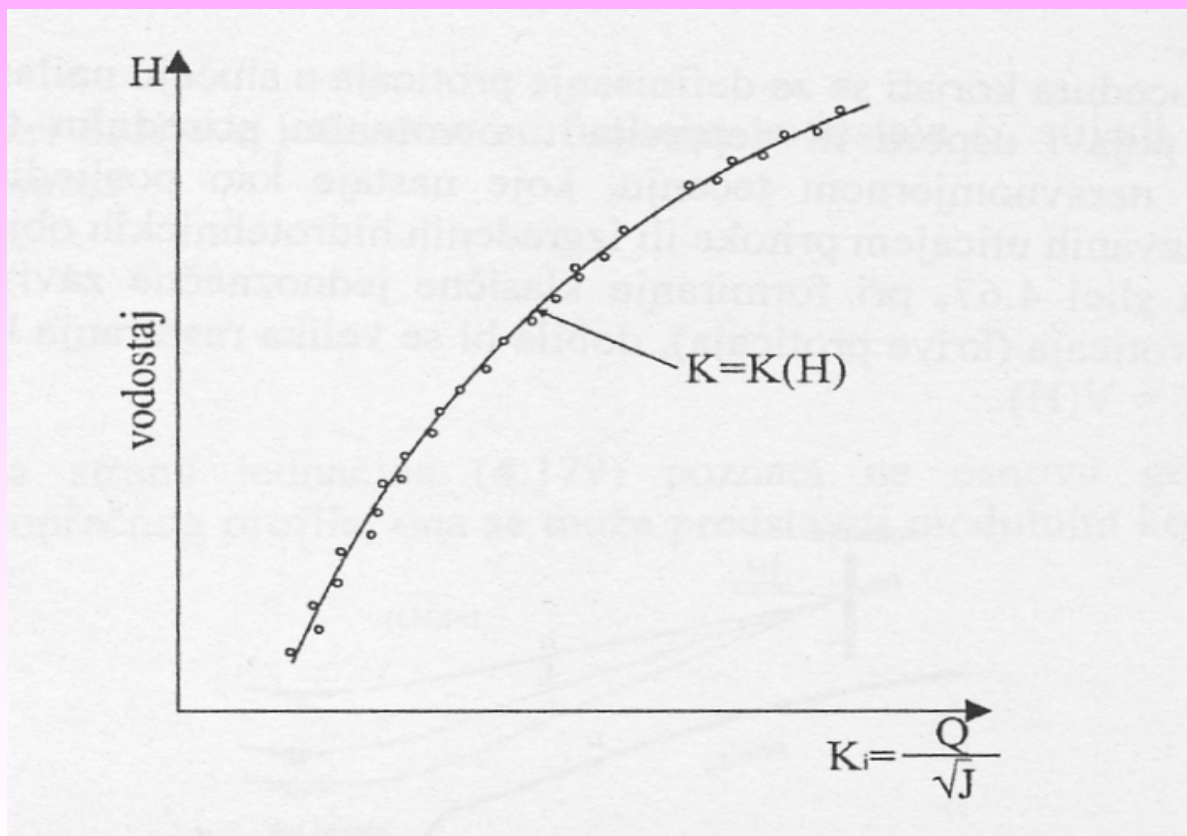


Utjecaj ušća na promjenu pada vodnog lica u području vodomjerne postaje

Utjecaj hidrotehničkog objekta na promjenu pada vodnog lica u području vodomjerne postaje

- Ukoliko se prijeđe na primjenu modulnog koeficijenta i $Q=Q(H,I)$, tada se dobije znatno manje rasipanje točaka odnosno pouzdanija ovisnost između vodostaja i protoka.

Jednoznačna krivulja protoka (modulni koeficijent)



- Jedna od poteškoća u praktičnom smislu je mjerenje pada vodnog lica koji je najčešće vrlo malen te ga je teško i nemoguće odrediti na manjim udaljenostima kod velikih rijeka.
- Postupak za određivanje pada prikazan je na slijedećoj slici.
- Osim razine vode na vodomjernoj postaji promatraju se još dvije postaje, jedna uzvodno, a druga nizvodno.
- Na parabolu kroz tri točke odredi se nagib tangente u srednjoj i to je pad nivoa.

- Ako se za koordinatni početak usvoji kota nivoa vodnog lica na mjestu promatrane postaje A, tada je uvjetni pad na profilu postaje A:

$$I = y_o \cdot \frac{x_1}{x_o \cdot (x_o + x_1)} + y_1 \cdot \frac{x_o}{x_1 \cdot (x_o + x_1)}$$

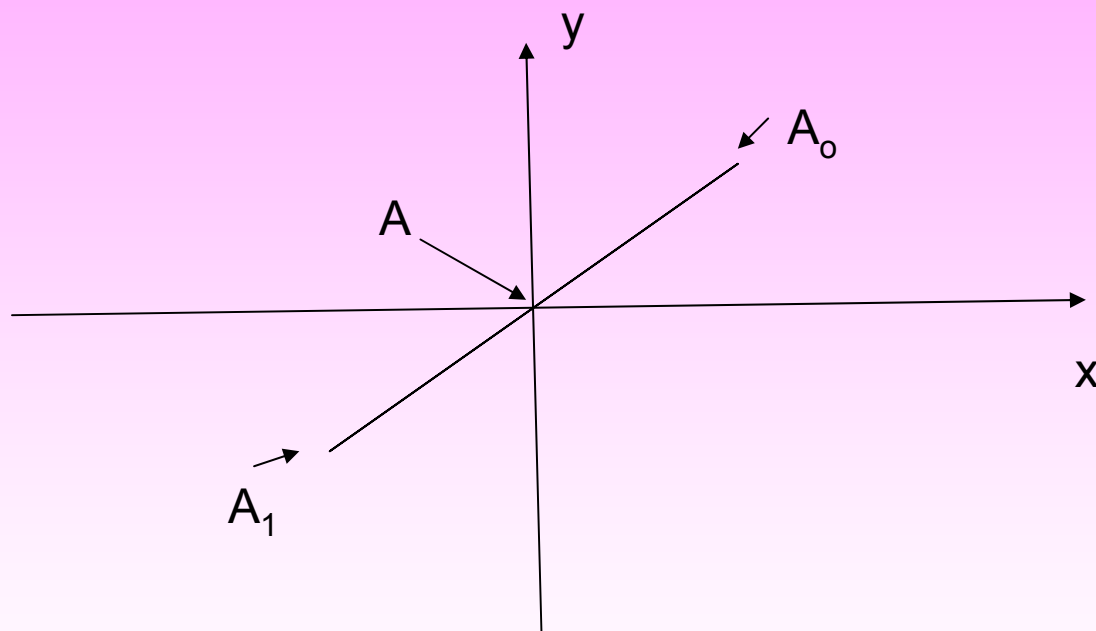
Udaljenost postaje A₀ i A

Razlika u nivou između postaja A₀ i A

Razlika u nivou između postaja A₁ i A

Udaljenost postaje A₁ i A

Aproksimacija vodnog lica parabolom



Veza vodostaj-protok za deformabilno korito

- Nestabilnost riječnog korita predstavlja veliki problem pri definiranju krivulja protoka. To je posebno izraženo kod prirodnih vodotoka pri pojavama erozije ili pak taloženja.
- Promjena poprečnog profila se mijenja i u vremenu te vrijedi:

$$A = A(H, t)$$

- Promjena poprečnog profila je prirodan proces koji se odvija u riječnom koritu. U gornjim dijelovima rijeke se odvija proces erozije, a u donjim proces erozije i taloženja u ovisnosti o vodotoku.
- Promjene poprečnog profila se događaju i utjecajem čovjekovih aktivnosti tj. gradnjom hidrotehničkih objekata.
- Promjene u koritu se mogu registrirati samo mjerenjima protoka Q i površine poprečnog presjeka A .

- Za definiranje krivulje protoka $Q=Q(H)$ za deformabilno riječno korito najčešće se koriste slijedeće dvije procedure:
- Redukcija krivulje protoka na osrednjeni profil
- Metoda Stauta

Redukcija krivulje na osrednjeni poprečni profil

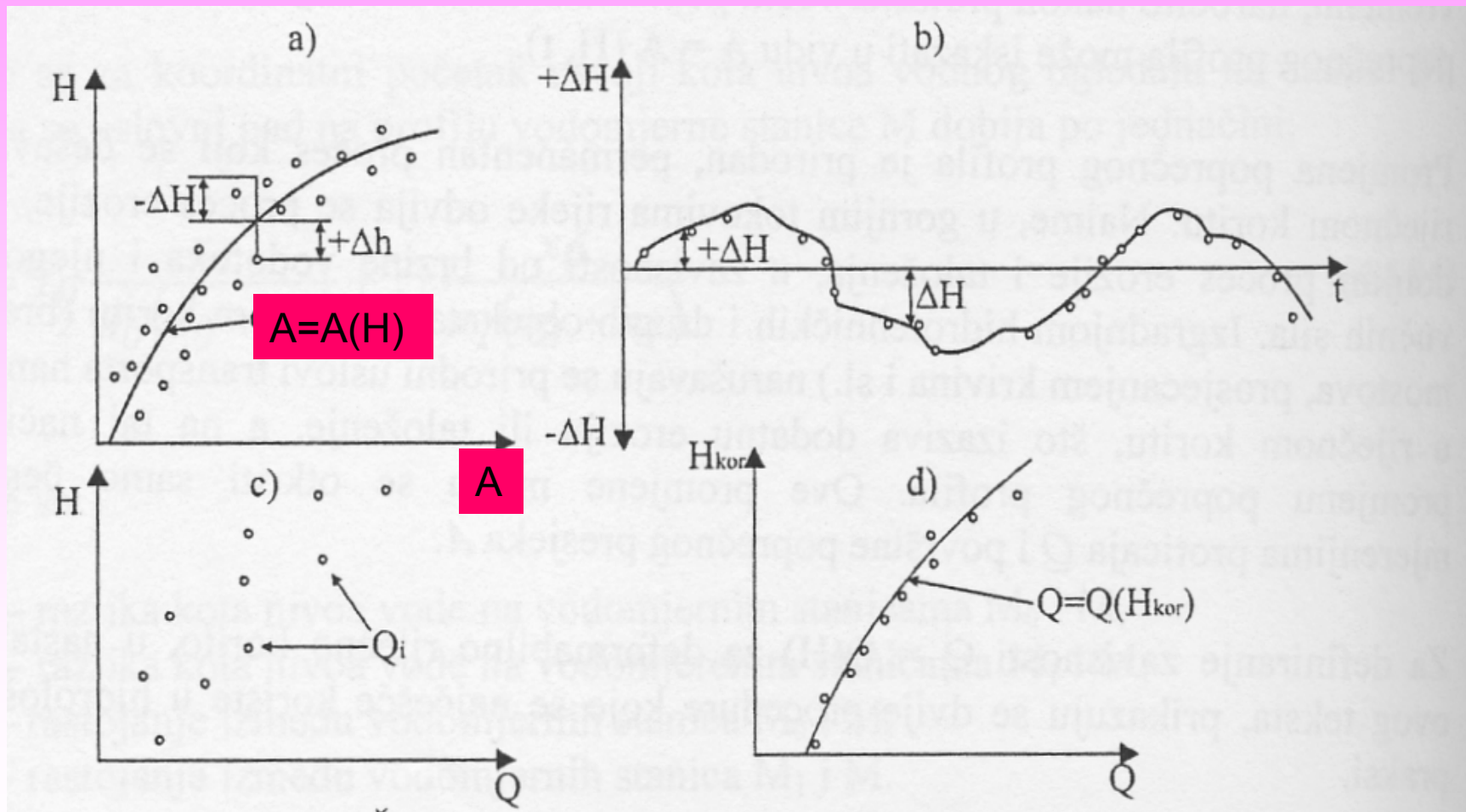
- Ovaj postupak se bazira na redukciji krivulje protoka na osrednjeni profil. Primjenjuju se u uvjetima kad deformacije korita imaju vertikalni karakter (produbljavanje ili zasipanje) i kad se pad vodnog lica beznačajno mijenja.
- Suština procedure je određivanje ovisnosti $A=A(H)$ na temelju velikog broja mjerenja poprečnog profila.

- Za svaku izmjerenu točku odredi se veličina razlike $\Delta H = H_i - H_{\text{očitano}}$ pri čemu se vodostaj očitava s utvrđene krivulje $A = A(H)$.
- Na temelju promjena korekcija u vremenu, konstruira se krivulja protoka putem korigiranih vrijenosti vodostaja.

$$H_{kor} = H_i \pm \Delta H_i$$

$$\Rightarrow Q = Q(H_{kor})$$

Redukcija krivulje na osnovni profil

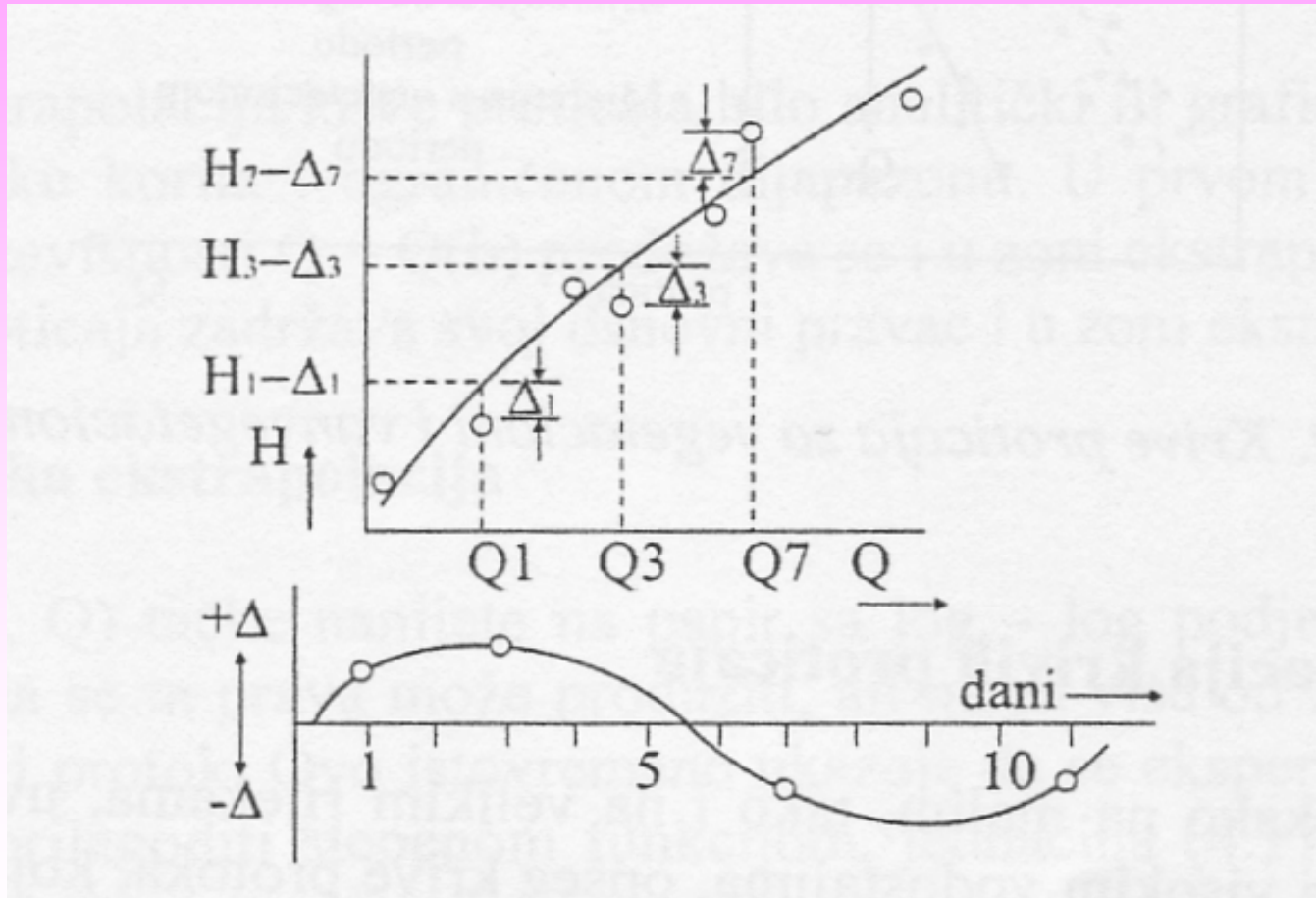


Metoda Stauta

- Za slučaj kad se korito zasipa i produbljuje
- Za određivanje protoka u danima kad se mjerio samo vodostaj
- Pretpostavka je da se točke rasipaju oko krivulje protoka $Q=Q(H)$ koja se ne mijenja u vremenu.
- Na temelju mjerenja Q_i određuju se razlike ΔH_j i konstruira dijagram $\Delta H = \Delta H(t)$

- Ako je točka ispod krivulje, tada je razlika pozitivna, a ako je iznad krivulje razlika je negativna.
- Za dan u kojem nedostaje protok, veličina protoka se određuje na način da se očitano vodostaju doda razlika očitana s dijagrama $\Delta H = \Delta H(t)$, a zatim se za takav vodostaj očita protok.
- Metoda zahtjeva često mjerenje protoka (10-15 mjerenja protoka mjesečno).

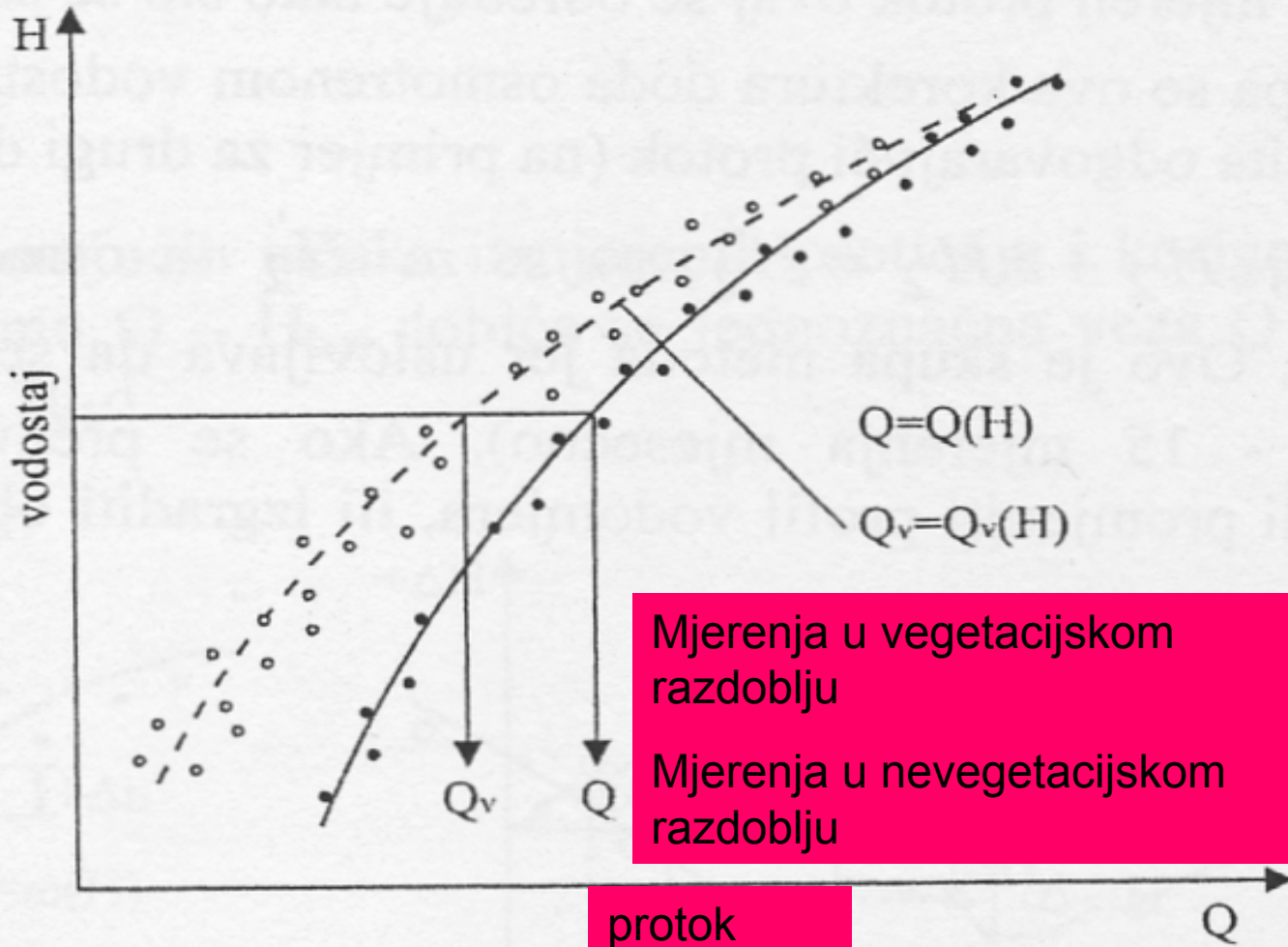
Metoda Stauta



Veza protok-vodostaj za korita s promjenjivom hrapavošću

- U prirodnim vodotocima pri uvjetima jednolikog i stacionarnog tečenja nejednoznačnost krivulje protoka se može pojaviti kao posljedica promjene hrapavosti korita tijekom vremena. Najčešće je to pojava pri pojavi bujne vegetacije u vegetacijskom razdoblju pri čemu se povećavaju hidraulički otpori i smanjuje ukupna propusna sposobnost.

- U tom slučaju je potrebno na bazi izvršenih hidrometrijskih mjerenja napraviti dvije krivulje protoka, jednu za vegetacijsko i jednu za vanvegetacijsko razdoblje.



Mjerenja u vegetacijskom razdoblju

Mjerenja u nevegetacijskom razdoblju

protok

EKSTRAPOLACIJA KRIVULJE PROTOKA

- Mjerenja protoka pri visokim vodostajima, bilo da se radi o malim ili velikim vodotocima predstavljaju značajan problem. To je upravo razlog zbog čega se pri definiranju krivulje protoka za određeni profil obično raspolaže s malim i gotovo uvijek nedovoljnim brojem mjerenja protoka u području velikih voda.
- To dovodi do potrebe ekstrapolacije krivulje protoka posebno u slučajevima kad se velike ili male vode nalaze iznad ili ispod vrijednosti za koje su krivulje definirane.

Metoda Stevensa

- Metoda Stevensa se temelji na empiriskoj formuli Chezy-a za proračun protoka u uvjetima jednolikog i stacionarnog tečenja.

$$Q = C \cdot A \cdot \sqrt{RI}$$

- U uvjetima širokog prirodnog korita:

$$\frac{h_{sr}}{B} \leq 0.1 \Rightarrow R \approx h_{sr}$$

$$h_{sr} = \frac{A}{B}$$

- H_{sr} -srednja profilska dubina
- B -širina korita
- Metoda polazi od pretpostavke da je izraz:

$$C\sqrt{I} \cong const \Rightarrow Q = f\left(A\sqrt{h_{sr}}\right)$$

a koja je prema pretpostavci Stevensa u području velikih voda linearna funkcija.

Postupak ekstrapolacije po metodi Stevensa:

- Na istom grafičkom prikazu se formiraju tri funkcijske ovisnosti na temelju hidrometrijskih mjerenja.
- Najprije se konstruira krivulja protoka $Q=f(H)$.
- Zatim se određuje funkcija:

$$A\sqrt{h_{sr}} = f(H)$$

koja se definira do maksimalnog opaženog vodostaja H_{\max} .

- Kao treća ovisnost konstruirana se funkcija:
- Koja se ekstrapolira linearno do vrijednosti maksimalnog vodostaja H_{\max} .

$$Q = f \left(A \sqrt{h_{sr}} \right)$$